Семинар 11. Уравнения Максвелла

Краткая теория

Основные законы электродинамики. Закон Кулона (теорема Остроградского-Гаусса), закон Био-Саварра-Лапласа (теорема о циркуляции), закон электромагнитной индукции Фарадея в дифференциальной и интегральной формах записываются так:

$$\begin{cases} div\vec{B} = 0 \\ div\vec{D} = r \\ rot\vec{H} = \vec{j} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ rot\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \end{cases} \qquad \begin{cases} \int \vec{B}d\vec{S} = 0 \\ \int \vec{D}d\vec{S} = \int r\,dV \\ \int \vec{H}d\vec{l} = \int \vec{j}d\vec{S} + \dfrac{d}{dt}\int \vec{D}d\vec{S} \\ \int \vec{E}d\vec{l} = -\dfrac{d}{dt}\int \vec{B}d\vec{S} \end{cases}$$

Первое уравнение в системе показывает, что магнитные заряды отсутствуют.
Переменные этой системы связаны между собой материальными уравнениями и уравнением непрерывности:

$$\begin{cases} \vec{D} = e_0 e\,\vec{E} \\ \vec{B} = m_0 m\vec{H} \\ \vec{j} = l\,\vec{E} \\ div\vec{j} + \dfrac{\partial r}{\partial t} = 0 \end{cases}$$

При распространении электро-магнитного поля через площадь S переносится мощность:

$$P = \int_S \vec{\Pi} d\vec{S},$$

где $\vec{\Pi} = \left[\vec{E}, \vec{H}\right]$ – вектор Умова-Пойнтинга (плотность потока энергии).

Типы задач

1. Тепловая мощность.	11.1-2
2. Уравнения Максвелла в дифференциальной форме	11.3
3. Плоскопараллельный диод (пример 11.2)	11.4-7, 13, 14
4. Ток смещения.	11.10
5. Вектор Умова-Пойнтинга.	11.11-12

Важные примеры из книжки

Пример 11.2: плоскопараллельный диод.

Задачи с решениями

11.1.

$$\begin{cases} w \equiv \dfrac{dP_T}{dV} = l\,E^2 \Rightarrow P_T = l\int E^2 dV \\ E 2p\,r = kp\,r^2 \end{cases} \Rightarrow P_T = \frac{1}{4}\,l\,k^2 \int r^2 2p\,lrdr = \ldots$$

11.3.

$$\begin{cases} j = kre^{-t/t} \\ \vec{j} = l\,\vec{E} \\ rot\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \end{cases} \Rightarrow rot\vec{E} = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{r}\vec{e}_r & \vec{e}_j & \dfrac{1}{r}\vec{e}_z \\ \dfrac{\partial}{\partial r} & \dfrac{\partial}{\partial j} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ 0 & rE_j & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{r}\vec{e}_z \frac{\partial (rE_j)}{\partial r}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial (rE_j)}{\partial r} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}$$

$$E_j = \frac{kr}{l} e^{-t/t}$$

11.8.

11.10.

11.12.

Задачи для самостоятельного решения

11.2, 4, 5, 6, 7, 9, 11, 13, 14

Литература

Н.В. Нетребко, И.П. Николаев, М.С. Полякова, В.И. Шмальгаузен. Электричество и магнетизм. Практические занятия по физике для студентов-математиков. Часть III. Москва: Макс Пресс, 2006 г.